平成 30 年度実施

東北大学大学院情報科学研究科博士課程前期・入学試験問題 (2019 年 2 月 2 日)

専門試験科目群第 7・社会科学群

問題 E-1　ある独占企業が 2 個の異なった市場を有している。市場 $i = 1, 2$ における需要関数を

$$x_i = a_i - b_i p_i, \qquad (p \text{ は価格で，} x \text{ は消費量})$$

とし，費用関数を $C = F + M(x_1 + x_2)$ とする。ただし、$a_i \geq b_i M$ が満たされ, F が十分に小さいと仮定する。独占企業が差別価格を採用するとき、均一価格を採用する場合と比べて、最大利潤をいくら増加させることができるか。

[English]　Assume that a monopoly has two different markets. The demand function in market $i = 1, 2$ is

$$x_i = a_i - b_i p_i, \qquad (p \text{ is the price and } x \text{ is the consumption})$$

and the cost function is $C = F + M(x_1 + x_2)$, where $a_i \geq b_i M$ holds and F is sufficiently small. How much can this firm increase its total profit by setting discriminatory prices, comparing with the uniform price policy?

平成 30 年度実施

東北大学大学院情報科学研究科博士課程前期・入学試験問題 (2019 年 2 月 2 日)

専門試験科目群第 7・社会科学群

問題 E–2

2 都市 $i = 1, 2$ が存在し、それぞれ $N_i > 0$ 戸の同質な家計が与えられている. 家計の効用関数は $U(z_i, G_i) = z_i + u(G_i) + f(G_j)$ のように表される。ここで、 z_i は都市 i における家計あたりの合成財消費量、 また G_i, G_j は、それぞれ都市 i, j の地方公共財の供給量を表す. また、$u(\cdot)$ と $f(\cdot)$ は、凹な増加関数である. 各家計の予算制約は $Y_i = z_i + t_i$ のように与えられる. このとき Y_i は外生的に与えられた所得であり、t_i は家計あたりの税金である. 各都市には地方政府が存在し、その予算制約は $t_i N_i = G_i$ で表される. 都市 i の地方政府は、他都市の G_j を所与として、自都市の住民の効用を最大化するように t_i を決定する.

(1) 都市 i の均衡効用が、N_i とともに増加するか減少するかを示しなさい.

(2) 2 つの都市が完全に対称で、すべての外生変数と与えられた関数形について、完全に等しいものと仮定する. このとき、地方政府による均衡税率は、2 地域の平均効用を最大化する社会的最適税率と比較して、高いか低いかを示しなさい.

[English]

There are two cities $i = 1, 2$ with exogenously given homogeneous $N_i > 0$ households. Utility function of each household is given as $U(z_i, G_i) = z_i + u(G_i) + f(G_j)$, where z_i is the per household consumption of a composite good, G_i and G_j are the supply of local public goods in cities i and j, respectively. Assume that $u(\cdot)$ and $f(\cdot)$ are concave and increasing functions, respectively. The budget constraint of each household is $Y_i = z_i + t_i$, where Y_i is the exogenously given income and t_i is the head tax. There is a local government in each city who chooses tax level t_i to maximize the utility level of its own households with budget constraint $t_i N_i = G_i$, given G_j of the other city.

(1) Show whether the equilibrium utility level of city i increases or decreases with N_i.

(2) Assume that two cities are completely symmetric: the exogenous parameters and the functional forms are all identical. Is the equilibrium tax level of a local government higher or lower than the socially optimal tax level which maximizes the average utility level of two cities?

平成 30 年度実施

東北大学大学院情報科学研究科博士課程前期・入学試験問題 (2019 年 2 月 2 日)

専門試験科目群第 7・社会科学群

問題 E–3　t 期におけるある株の価格は S_t で表され，　以下のような確率微分方程式に従うものとする．

$$dS_t = \sigma dW_t + g dt$$

ただし、W_t はブラウン運動に従う確率変数であり、$\mathrm{Prob}(W_t - W_{t+\Delta} \leq A) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta}} \int_{-\infty}^{A} e^{-\frac{x^2}{2\Delta}} dx$ を満たす.

(1)　ヨーロピアン・コールオプションとアメリカン・コールオプションの違いについて説明しなさい.

(2) この株に対するヨーロピアン・コールオプションの価値が、 $\sigma > 0$ の増加とともに増加するか減少するかを示しなさい.

[English]　Assume that price of a stock at time t, denoted by S_t, is given by the following stochastic differential equation:

$$dS_t = \sigma dW_t + g dt,$$

where W_t follows a Brownian motion having $\mathrm{Prob}(W_t - W_{t+\Delta} \leq A) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta}} \int_{-\infty}^{A} e^{-\frac{x^2}{2\Delta}} dx$.

(1) Explain how European call options differ from American call options.

(2) Does the value of an European call option on the stock increase or decrease with $\sigma > 0$?

平成 30 年度実施

東北大学大学院情報科学研究科博士課程前期・入学試験問題 (2019 年 2 月 2 日)

専門試験科目群第 7・社会科学群

問題 E–4 (1) 2 次元平面における極座標表示 $x = r\cos\theta,\ y = r\sin\theta\ (r > 0,\ 0 \le \theta < 2\pi)$ を考える。以下の問いに答えなさい。

(i) $\dfrac{\partial r}{\partial x},\ \dfrac{\partial r}{\partial y},\ \dfrac{\partial \theta}{\partial x},\ \dfrac{\partial \theta}{\partial y}$ を計算しなさい。

(ii) ヤコビアン $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)}$ を計算しなさい。

(iii) 積分

$$\iint_D x^2 dxdy,\ D = \{(x,y)|x^2 + y^2 \le a^2\},\ a > 0$$

を計算しなさい。

(2) (i) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ の固有値をすべて求めなさい。(ii) $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ を実ベクトルとする。レイリー商 $\dfrac{\boldsymbol{x}^T A\boldsymbol{x}}{||\boldsymbol{x}||^2}$ の最大値および最小値を求め、最大値および最小値を与える $\boldsymbol{x}$ のうち $||\boldsymbol{x}||^2 = 1$ と規格化されたものをそれぞれ計算しなさい。ここで、$\boldsymbol{x}^T$ はベクトル $\boldsymbol{x}$ の転置である。

[English] (1) Consider the polar coordinate in a two dimensional plane $x = r\cos\theta,\ y = r\sin\theta\ (r > 0,\ 0 \le \theta < 2\pi)$. Answer the following questions.

(i) Calculate $\dfrac{\partial r}{\partial x},\ \dfrac{\partial r}{\partial y},\ \dfrac{\partial \theta}{\partial x},\ \dfrac{\partial \theta}{\partial y}$.

(ii) Calculate the Jacobian $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(r,\theta)}$.

(iii) Calculate the integral

$$\iint_D x^2 dxdy,\ \text{where } D = \{(x,y)|x^2 + y^2 \le a^2\},\ a > 0.$$

(2) (i) Calculate all eigenvalues of matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$. (ii) Let $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ be a real vector. Find the maximum and minimum of the Rayleigh quotient $\dfrac{\boldsymbol{x}^T A\boldsymbol{x}}{||\boldsymbol{x}||^2}$, and the corresponding $\boldsymbol{x}$ under the normalization condition $||\boldsymbol{x}||^2 = 1$, where $\boldsymbol{x}^T$ is the transverse of vector $\boldsymbol{x}$.

平成 30 年度実施

東北大学大学院情報科学研究科博士課程前期・入学試験問題 (2019 年 2 月 2 日)

専門試験科目群第 7・社会科学群

問題 E–5 (1) (i) 離散的な確率変数 X がポアソン分布 $P[X=x]=\dfrac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!},\ x=0,1,2,\cdots$ に従うとき、モーメント母関数 $E(e^{tX})$ を求めなさい。ただし、$E(Y)$ は確率変数 Y の期待値である。(ii) X の期待値、分散を計算しなさい。

(2) ある集団に属する人が、ある疾患に罹患している確率は 0.01 であるとする。この疾患への罹患を検査する手法があり、罹患者がこの検査で陽性となる確率は 0.99 である。この検査において、実際には罹患していない人が陽性となる確率は 0.05 である。このとき、検査で陽性であった人が実際にこの疾患に罹患している確率を計算しなさい。

[English] (1) (i) Let X be a discrete random variable which follows the Poisson distribution $P[X=x]=\dfrac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!},\ x=0,1,2,\cdots$. Calculate the moment generating function $E(e^{tX})$, where $E(Y)$ denotes the expectation of a random variable Y. (ii) Calculate the expectation and the variance of X.

(2) Assume that the probability that a certain disease is present in a population is 0.01. There is a test for this disease, which gives the positive result with probability 0.99 for a diseased person. Probability that a non-diseased person gets a positive result with this test is 0.05. Calculate the probability that a person, who gets the positive result with this test, is indeed diseased.

平成 30 年度実施
東北大学大学院情報科学研究科博士課程前期・入学試験問題（2019 年 2 月 2 日）
専門試験科目群第 7・社会科学群

問題 P-1
マスメディア研究における「敵対的メディア認知」と「第三者効果」について説明しなさい。

問題 P-2
市町村合併におけるメリット、デメリットについて説明しなさい。

問題 P-3
官僚を操縦するために政治家が行っている手法について具体的事例を挙げながら説明しなさい。

問題 P-4
回帰分析における統制変数使用に関する留意点について述べなさい。

問題 P-5
マスメディアが行う世論調査で、RDD（ランダム・デジット・ダイヤリング）法が用いられる理由について説明しなさい。

平成３０年度実施

東北大学大学院情報科学研究科 博士課程前期・入学試験問題（2019 年 2 月 2 日）

専門試験科目群第７・社会科学群

以下の五問から三問を選択して回答しなさい（それ以上に回答した場合は減点することがある。ただし下書きは関係ない)。

問題 S-1　社会学者の多くは「日常性はいかに批判しうるか」という問題にとりくんだと言われる。何らかの社会学者ないしは学説を例としてとりあげ、その理論や具体研究のどんなところにそれが表現されているか、説明しなさい。

問題 S-2　B=グレイザー＆A=ストラウスによる「死のアウェアネス理論」と「グラウンデッド=セオリー=アプローチ」は、現代社会学の展開に対してどんな問題を提起し、いかなる影響を与えたものであったか、説明しなさい。

問題 S-3　農業・農村の「多面的機能」について、１）どのようなものか説明するとともに、２）それが提起される社会的背景、３）関連する農村社会学の課題について、説明しなさい。

問題 S-4　「近代家族」が、愛情による結合として積極的に評価される場合と、それはロマンティックなイデオロギーだと批判される場合とがある。それぞれ、どんな現実を考慮した議論であるか、説明しなさい。

問題 S-5　「参与観察」について、種々のケースを想定しながら、1）「参与者」であることと「観察者」であることとの関係を説明するとともに、2）調査倫理に関する含意について述べなさい。