

平成 29 年度実施  
東北大学大学院情報科学研究科博士課程前期・入学試験問題 (2018 年 2 月 3 日)  
専門試験科目群第 7・社会科学群

問題 E-1  $x, y$  の 2 財を消費する家計の効用関数を,  $U(x, y) = x^\alpha + y^\beta$ ,  $\alpha \in (0, 1)$ ,  $\beta \in (0, 1)$  のように表す。また、家計の所得および、2 財の価格を、それぞれ  $I, p_x, p_y$  で表す。

1.  $\alpha = \beta$  のとき、この家計の  $x$  財に対するマーシャル需要関数を求めなさい。
2.  $\alpha \neq \beta$  のとき、財  $x$  が上級財か下級財かを示しなさい。

[English] Consider a household which consumes two types of goods  $x$  and  $y$ . Its utility function is given by  $U(x, y) = x^\alpha + y^\beta$ , where  $\alpha \in (0, 1)$ ,  $\beta \in (0, 1)$ . Furthermore, household income and price of the two goods are denoted by  $I, p_x$ , and  $p_y$ , respectively.

1. Derive the Marshallian demand function of the household for good  $x$  when  $\alpha = \beta$  holds.
2. Examine whether good  $x$  is a superior or an inferior good for the household when  $\alpha \neq \beta$  holds.

平成 29 年度実施

東北大学大学院情報科学研究科博士課程前期・入学試験問題 (2018 年 2 月 3 日)

専門試験科目群第 7・社会科学群

問題 E-2 仙台駅から 10km のところにある敷地面積  $100\text{m}^2$  の住宅に住んでいる消費者を考える。この消費者は一日あたり 500 円の地下鉄往復費用を負担して、週 5 日、年間 50 週間仙台駅の近くで働く。また、 $1\text{m}^2$  あたりの年間市場地代は、仙台駅から 1km 遠ざかるごとに 100 円ずつ下落する。通勤費用は都心までの距離に比例するものとする。このとき、この消費者は最適な住宅を選択しているかどうかを検証しなさい。

[English] Consider a consumer living in a house of  $100\text{m}^2$ , which is 10km away from Sendai-Station. This consumer comes to his office at Sendai-Station 5 days every week, and 50 weeks every year. The subway cost for this consumer is 500 yen per round trip. The house rent drops 100 yen per  $\text{m}^2$  if the distance to Sendai-Station is 1km longer. Assume that the commuting cost is proportional to the distance. Examine whether this consumer's housing choice is optimal.

平成 29 年度実施  
東北大学大学院情報科学研究科博士課程前期・入学試験問題 (2018 年 2 月 3 日)  
専門試験科目群第 7・社会科学群

問題 E-3 ある企業は各  $t$  期に  $x_t$  の利潤を生み、企業の所有者は毎期末にそれを受け取ることが出来る。ここで、 $x_t$  の成長率を  $g > 0$  とし、 $x_0 = x$  とおくと、 $x_t = x(1 + g)^t$  のように表すことができる。また、 $t$  期はじめに存在していた企業が  $t$  期末までに倒産する確率を、 $\delta > 0$  で表す。倒産した場合、所有者は  $t$  期とそれ以降の全ての期において、利潤を受け取ることができない。また、1 期あたりの長期利率を  $r > g$  で与える。

1. この企業の所有権の、 $t$  期のはじめにおける市場価格を  $S_t$  で表す。バブルの影響を受けないファンダメンタルズによって決まる  $S_1$  を求めなさい。
2. 市場価格  $S_t$  に関するバブルが発生しうることを説明しなさい。

[English] A firm yields profit  $x_t$  in period  $t$ , and the owner of the firm obtains the profit at the end of the period. Growth rate of  $x_t$  is given as  $g > 0$ , so  $x_t = x(1 + g)^t$  holds where  $x_0 = x > 0$ . Meanwhile, the probability that the firm operating at the head of period  $t$  bankrupts during the period is given by  $\delta > 0$ . The owner cannot obtain profit of period  $t$  and later if the firm bankrupts in period  $t$ . Finally, per-period long-run interest rate is given by  $r > g$ .

1. Let  $S_t$  be the market price of holding this firm at the head of period  $t$ . Calculate  $S_1$  when it is determined by the fundamentals which is not affected by asset bubbles.
2. Disclose the possibility of a bubble regarding the market price  $S_t$ .

平成 29 年度実施  
東北大学大学院情報科学研究科博士課程前期・入学試験問題 (2018 年 2 月 3 日)  
専門試験科目群第 7・社会科学群

問題 E-4 (1) 任意の  $x > 0$  に対して次の不等式を証明しなさい

$$\sqrt{1 + \frac{2}{x}} > 1 + \frac{1}{3x + 1}.$$

(2) 行列  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  のすべての固有値と固有ベクトルを求めなさい.

[English] (1) Prove the following inequality

$$\sqrt{1 + \frac{2}{x}} > 1 + \frac{1}{3x + 1} \quad \text{for all } x > 0.$$

(2) Find all the eigen values and eigen vectors of  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

問題 E-5 次の問い双方に答えなさい。

(1) 80 か国、1990 年から 2010 年までの民主主義諸国の財政データをもとに、いかなる要因が政府の財政赤字を悪化させているのか、分析を行った。財政バランス (歳入-歳出の対 GDP 比) を従属変数に、前年の財政バランス、選挙年か否か、政権与党の党派性 (右派か左派か)、連立政権か否か、為替レジーム (固定相場制か否か) を独立変数にして、国別固定効果モデルによる回帰分析をおこない、財政赤字をいかなる要因が説明できるか統計分析した。

表: 財政バランス

	Model 1
	OLS
財政バランス (前年)	8.33 (2.55)
選挙年	-3.52 (1.20)
政権の党派性 (0: 右派政権、1: 左派政権)	-1.33 (1.52)
連立政権	-2.15 (0.95)
固定相場制	0.42 (0.90)
定数	3.55 (1.25)
観察数	1,600
修正済み $R^2$	0.82

注: カッコ内は標準誤差

(i) 推定結果 (回帰係数と標準誤差) をもとに、分析結果を実質的に解釈しなさい。  
注: t 値は 1.96 以上で、5 パーセント水準で統計的に有意。

(ii) 失業率を新たにコントロール変数として投入した時、連立政権ダミーの回帰係数と標準誤差はそれぞれ、1.50, 1.10 となった。この結果を解釈した後に、どのような経緯で連立政権ダミーの係数にこのような変化が起こったと考えられるか、説明しなさい

(iii) 一般にこのような観察データの統計分析が直面する問題について、因果推論の観点から説明しなさい。

(2) 「回帰不連続デザイン」について具体例を挙げながら説明し、その利点と欠点について論じなさい。

**[English]** Answer the following two questions.

(1) Using fiscal data from 80 democratic countries between 1990-2010, a statistical analysis is conducted to explain variation in fiscal balance. Applying a country-fixed effects model, we regress fiscal balance (annual revenue–annual expenditure, relative to percent of GDP) on the lagged dependent variable, election years, government partisanship (0: rightist, 1: leftist), coalition government, and exchange rate regimes (fixed exchange rate regime or not).

Table: Determinants of Fiscal Balance

	Model 1
	OLS
Fiscal Balance (one year lagged)	8.33 (2.55)
Election Years	-3.52 (1.20)
Government Partisanship (0: rightist, 1: leftist)	-1.33 (1.52)
Coalition Government	-2.15 (0.95)
Fixed Exchange Rate Regime	0.42 (0.90)
Constant	3.55 (1.25)
<i>Number of Observations</i>	1,600
<i>Adjusted R<sup>2</sup></i>	0.82

Note: Standard errors in parentheses

- (i) Interpret the statistical results (based on both regression coefficients and standard errors). Note that if a t-value is more than 1.96, its coefficient is statistically significant at the 5 percent level.
- (ii) When introducing unemployment rates as a control variable, the regression coefficient and standard errors of the coalition government dummy changed to 1.50 and 1.10, respectively. Interpret this new result and discuss possible reasons why these changes happened.
- (iii) Discuss problems that this type of observational study faces from the viewpoint of conducting causal inference.

(2) Explain “regression discontinuity designs” with some concrete examples and discuss pros and cons of this method.