

平成 27 年度実施

東北大学大学院情報科学研究科

博士課程前期・入学試験問題(2016 年 3 月 2 日)

専門試験科目群第 7・社会科学群

専門科目 問題冊子

注意(Notices)

1. 設問から 3 問題を選択し、解答用紙に解答すること。
Choose 3 from the 5 questions and write your answer on the answer sheet.
2. 1つの問題につき 1 枚の解答用紙を使用すること(解答が複数枚にわたってもかまわないが、その場合には問題毎に用紙をかえること)。その際、各解答用紙の上部にある問題番号欄に、対応する問題番号を記入すること。
Use one answer sheet for each question (Do not use one sheet for different problems although you may use several sheets for one problem.). Write the question number in the upper right box of the answer sheet(s).

平成 27 年度実施

東北大学大学院情報科学研究科 博士課程前期・入学試験問題 (2016 年 3 月 2 日)

専門試験科目群第 7・社会科学群

問題 E-1 消費者の選好は準線形効用関数 $U(x_0, x_1) = x_0 + u(x_1)$ で表される。ただし、 x_i が財 i の消費量であり、 $u(\cdot)$ が厳密に凹な関数で、 $u(0) = 0$ を満たす。財 0 を価値基準財と

し、財 1 の価格を p とする。

(1) 消費者の収入を I とし、財 1 の (マーシャル) 需要関数 $x_1(p)$ を導きなさい。

(2) $v(p) = u(x_1(p)) - px_1(p)$ とし、その経済学的な意味を説明しなさい。

(3) 等式 $x_1(p) = -v'(p)$ を証明しなさい。

(4) 収入 I が十分大きくて財 0 の消費量が常に正である。財 1 の市場価格が p^* のとき、消費者余剰は $v(p^*)$ となることを証明しなさい。

問題 E-1 A consumer's preference is represented by a quasilinear utility function $U(x_0, x_1) = x_0 + u(x_1)$, where x_i is the consumption of good $i = 0, 1$, $u(\cdot)$ is a strictly concave function and $u(0) = 0$. Let good 0 be the numeraire, and p be the price of good 1.

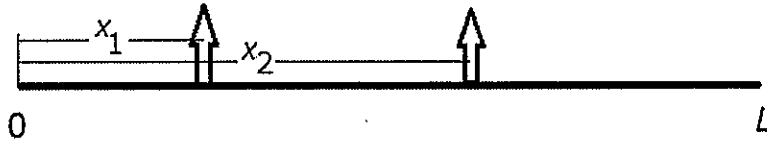
- (1) Given consumer's income I , derive the (Marshallian) demand function $x_1(p)$ for good 1.
- (2) Let $v(p) = u(x_1(p)) - px_1(p)$. Give an economic implication of $v(p)$.
- (3) Prove the equality of $x_1(p) = -v'(p)$.
- (4) Assume that I is large enough such that the consumption of good 0 is positive. Prove that the consumer's surplus associated with market price p^* is $v(p^*)$.

平成 27 年度実施

東北大学大学院情報科学研究科 博士課程前期・入学試験問題 (2016 年 3 月 2 日)

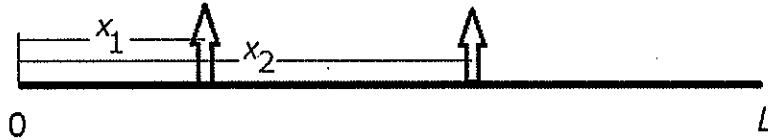
専門試験科目群第 7・社会科学群

問題 E-2 消費者が均等に分布する長さ L の線分市場に、同質の財を供給する 2 つの商店が左端から $x_1 < x_2$ の地点に立地している (図参照)。商店の販売価格はそれぞれ p_1, p_2 (円) であり、各消費者は財 1 単位を購入するが、その際、単位距離当たり m (円) の交通費用 (往復) を支払う必要がある。



- (1) 2 商店が商圈を持つ (= 売上げがゼロにならない) ための条件を示せ。
- (2) 2 商店の商圈の境界 b を求めよ。
- (3) 2 商店が互いの価格を所与として売上げを最大化する場合の、反応関数 $p_1(p_2), p_2(p_1)$ を求めよ。
- (4) 2 商店が価格競争をする場合の、Bertrand-Nash 解 (p_1^*, p_2^*) を求めよ。

問題 E-2 Consider a linear market of length L , over which consumers are uniformly distributed. There are two shops located at $x_1 < x_2$ from the left edge, as shown in the figure. The sales prices are p_1 and p_2 yen, respectively, and each consumer purchases one unit of good with paying the transport cost for shopping at m yen (round trip) per unit distance.



- (1) Show the condition under which both shops maintain their market areas.
- (2) Calculate the border b of the market areas.
- (3) Obtain the reaction functions $p_1(p_2), p_2(p_1)$ that maximize their sales given the prices of their competitors.
- (4) Obtain the Bertrand-Nash equilibrium (p_1^*, p_2^*) under the price competition.

平成 27 年度実施

東北大学大学院情報科学研究科 博士課程前期・入学試験問題 (2016 年 3 月 2 日)

専門試験科目群第 7・社会科学群

問題 E-3 (1) ある国の経済計算は以下の要素から構成される。

- 民間最終消費支出 (private final consumption expenditure): C
- 国内総資本形成 (gross domestic capital formation): I
- 政府最終消費支出 (government final consumption expenditure): G
- 輸出 (export) : X
- 輸入 (import) : M

ここでは単純化のために、海外からの所得移転はなく、全ての国民は国内で消費を行うものとする。いま、 $C = 100, I = 30, G = 20, X = 10, M = 20$ とする。以下の問いに答えなさい。

- (i) この国の国内総生産 (gross domestic product: GDP) を求めなさい。
- (ii) この国の家計・企業・政府による貯蓄総額 S を求めなさい。

(2) 「流動性の罠 (liquidity trap)」について、図を用いて説明しなさい。

問題 E-3 (1) Suppose that the national accounting of a country consists of the following components.

- Private final consumption expenditure: C
- Gross domestic capital formation: I
- Government final consumption expenditure: G
- Export: X
- Import: M

For simplicity, assume that there is no income transfer from abroad and all the nationals consume within the country. Given $C = 100$, $I = 30$, $G = 20$, $X = 10$, and $M = 20$, answer the following questions (i) and (ii).

- (i) How much is the gross domestic product (GDP) of the country?
 - (ii) How much is the total saving saved by households, firms and the government?
- (2) Explain the “liquidity trap” by using figures.

平成 27 年度実施

東北大学大学院情報科学研究科 博士課程前期・入学試験問題 (2016 年 3 月 2 日)

専門試験科目群第 7・社会科学群

問題 E-4 滑らかな関数 $f(x, y)$ を (x_0, y_0) の周りで 2 次の項まで Taylor 展開すると,

$$f(x, y) = f(x_0, y_0) + \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right) \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} (x - x_0, y - y_0) \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix} + \Delta^2, \quad (*)$$

が得られる。ここに Δ^2 は高次の微小項であり、すべての導関数は (x_0, y_0) で評価する。

(1) いま, $f(x, y) = 4x^2 + 2xy + 3y^2 - 10x - 8y + 9$ なる関数を考える。この関数の最小解のための 1 階条件を満たす点 (x^*, y^*) と, その点における関数値 $f(x^*, y^*)$ を求めよ。

(2) (x_0, y_0) の近傍における $f(x, y)$ の (強) 凸性の条件は, (*) 式の 1 次の項までを用いてどう書けるか。また (x_0, y_0) が (1) で求めた (x^*, y^*) の時, この条件は具体的にどう書けるか。

(3) (2) の条件は, (*) 式の右辺第 3 項に含まれる 2 次正方行列 (H と書く) が正定であることと同等である。その理由を考え, $(x_0, y_0) = (x^*, y^*)$ における H の正定性を確かめよ。

問題 E-4 The second-order Taylor expansion of a smooth function $f(x, y)$ around (x_0, y_0) can be written as follows:

$$f(x, y) = f(x_0, y_0) + \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right) \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} (x - x_0, y - y_0) \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \end{pmatrix} + \Delta^2, \quad (*)$$

where Δ^2 is the small term of higher-order, and all of the derivatives are evaluated at (x_0, y_0) .

(1) Consider a function: $f(x, y) = 4x^2 + 2xy + 3y^2 - 10x - 8y + 9$. Calculate the point (x^*, y^*) which satisfies the first-order conditions for minimality, along with the functional value $f(x^*, y^*)$ at that point.

(2) Using equation (*), but up to the first-order term, describe the condition for (strict) convexity of $f(x, y)$ in the vicinity of (x_0, y_0) . Provide the concrete expression when (x_0, y_0) is replaced by (x^*, y^*) calculated in (1).

(3) The condition in (2) is equivalent to the condition that the 2×2 square matrix H , which appears in the third term of the right hand side of equation (*), is positive definite. Discuss the reasoning, and confirm that H evaluated at $(x_0, y_0) = (x^*, y^*)$ is indeed positive definite.

平成 27 年度実施

東北大学大学院情報科学研究科 博士課程前期・入学試験問題 (2016 年 3 月 2 日)

専門試験科目群第 7・社会科学群

問題 E-5 (1) 「バイアス」と「ランダム誤差」の違いについて、具体例を用いながら説明せよ。

(2) 次の用語を説明せよ。(a) 大数の法則; (b) 中心極限定理

問題 E-5 (1) Explain the difference between "bias" and "random error" using concrete examples.

(2) Explain next terms. (a) the law of large number; (b) the central limit theorem.

平成 27 年度実施

東北大学大学院情報科学研究科

博士課程前期・入学試験問題(2016 年 3 月 2 日)

専門試験科目群第 7・社会科学群

専門科目 問題冊子

注意(Notices)

1. 設問から 3 問題を選択し、解答用紙に解答すること。
Choose 3 from the 5 questions and write your answer on the answer sheet.
2. 1 つの問題につき 1 枚の解答用紙を使用すること (解答が複数枚にわたってもかまわないが、その場合には問題毎に用紙をかえること)。その際、各解答用紙の上部にある問題番号欄に、対応する問題番号を記入すること。
Use one answer sheet for each question (Do not use one sheet for different problems although you may use several sheets for one problem.). Write the question number in the upper right box of the answer sheet(s).

平成 27 年度実施

東北大学大学院情報科学研究科 博士課程前期・入学試験問題 (2016 年 3 月 2 日)

専門試験科目群第 7・社会科学群

問題 S-1

社会学における「分業」概念の意義について説明しなさい。

問題 S-2

現代社会におけるマイノリティ問題について、具体例を挙げ、どのような問題であるのか、説明しなさい。

問題 S-3

「里山」と環境保護の関係について説明しなさい。

問題 S-4

家族構造の諸類型について説明しなさい。

問題 S-5

質的分析における言語論的転回とは何か説明しなさい。