

平成 25 年度実施

東北大学大学院情報科学研究科

博士課程前期・入学試験問題(2013 年 8 月 28 日)

専門試験科目群第 7・社会科学群

専門科目 問題冊子

注意

1. 設問から 3 問題を選択し、解答用紙に解答すること。
2. 1 つの問題につき 1 枚の解答用紙を使用すること（解答が複数枚にわたってもかまわないが、その場合には問題毎に用紙をかえること）。その際、各解答用紙の上部にある問題番号欄に、対応する問題番号を記入すること。

平成 25 年度実施

東北大学大学院情報科学研究科 博士課程前期・入学試験問題 (2013 年 8 月 28 日)

専門試験科目群第 7・社会科学群

問題 E-1 消費者の効用関数が $U(x_1, x_2) = x_1 + x_2^2$ である。財 1 の価格を p 、財 2 の価格を 1 とする。(i) 収入が I のときに、2 財の Marshallian 需要関数を求め、間接効用関数 $V(p, I)$ も求めなさい。(ii) 効用水準 u を達成させるための Hicksian 需要関数を求め、支出関数 $M(p, u)$ を求めなさい。(iii) 等式 $V(p, M(p, u)) = u$ を検証し、その経済的な意味を説明しなさい。

平成 25 年度実施

東北大学大学院情報科学研究科 博士課程前期・入学試験問題 (2013 年 8 月 28 日)

専門試験科目群第 7・社会科学群

問題 E-2 都市の人口を L とし、都市空間は $[-L/2, L/2]$ で表す。CBD(0) への通勤費用を効率労働の損失 θ (< 1) によって表現する: 地点 x に住む人が CBD で供給する効率労働が

$$s(x) = 1 - 2\theta|x|, \quad x \in \left[-\frac{L}{2}, \frac{L}{2}\right]$$

である。単位効率労働の賃金を w とする。都市の端点における地代を 0 に基準化する。均衡において住民の実質収入が等しくなることを用いて、地点 x の均衡地代 $R(x)$ を求めなさい。この都市の総地代収入も求めなさい。

平成 25 年度実施

東北大学大学院情報科学研究科 博士課程前期・入学試験問題 (2013 年 8 月 28 日)

専門試験科目群第 7・社会科学群

問題 E-3 財市場の均衡式： $Y = C + I + G + NX$ を考える。ここに Y, C, I, G, NX はそれぞれ所得，消費，投資，政府支出，純輸出である。

3-1 S, T をそれぞれ貯蓄，税収とする時，貯蓄超過，財政収支，貿易収支の間に成立つ関係について説明せよ。

ヒント：いわゆる「双子の赤字」を例に引くとよい。

3-2 以下は 2011 年度の国民経済計算 (確報) からの抜粋である (金額の単位は十億円)。

項目	金額
国内総支出 (GDE)	473,283
統計上の不突合	1,745
固定資本減耗	102,288
海外からの純所得	14,769
間接税－補助金	37,263

GDE = GDP であるとして，国内純生産 (NDP)，国民総生産 (GNP) を求めよ。また要素費用表示の国民所得 (NI) は幾らになるか，何をどう足し引きしたか解るように示せ。

ヒント：ここに「統計上の不突合」とは $GDE -$ 「生産面から見た GDP」の集計誤差を示し，NI は，生産面の数値 ($GDE -$ 不突合) から計算するのが一般的である。

3-3 三面等価の原則について説明し，それが現実のデータでは必ずしも成立たない理由について考察せよ。

平成 25 年度実施

東北大学大学院情報科学研究科 博士課程前期・入学試験問題 (2013 年 8 月 28 日)

専門試験科目群第 7・社会科学群

問題 E-4 (1) 関数 $x \ln x$ が $x > 0$ において凸関数となることを証明し、増加関数と減少関数となる区間を示しなさい。

(2) 行列式
$$\begin{vmatrix} 3a+d & -b+d & -c+d \\ -a+d & 3b+d & -c+d \\ -a+d & -b+d & 3c+d \end{vmatrix}$$
 を計算しなさい。

平成 25 年度実施

東北大学大学院情報科学研究科 博士課程前期・入学試験問題 (2013 年 8 月 28 日)

専門試験科目群第 7・社会科学群

問題 E-5 x, y は、それぞれ平均 μ_x, μ_y , 分散・共分散 $\sigma_x^2, \sigma_y^2, \sigma_{xy}$ を持つ確率変数であるとする。

5-1 期待値 $E(x^2), E(xy)$ を上の記号を用いて表せ。

5-2 単回帰モデル $y = \alpha + \beta x + \epsilon$ を考える。ここに ϵ は攪乱項であり、 $E(\epsilon) = 0, E(\epsilon|x) = 0$ を仮定する。左辺の推定値を x に関する条件付期待値 $E(y|x)$ と見て、 $E(xy) = E_x(xE(y|x))$ を上の記号で表せ。

ヒント: $E(y) = E_x(E(y|x)) = E(\alpha + \beta x)$ を用いて、 α を消去する。ここに $E_x(\cdot)$ は x に関する期待値を表す。

5-3 上の結果を 5-1 の $E(xy)$ と比較することで、パラメータ β を求めよ。また $E(\epsilon|x) = 0$ が仮定できない場合に生じる問題について述べよ。