分数をほどく

村上 斉

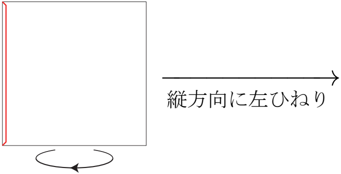
情報基礎科学専攻

2016 年 6 月 30 日

座布団とひも

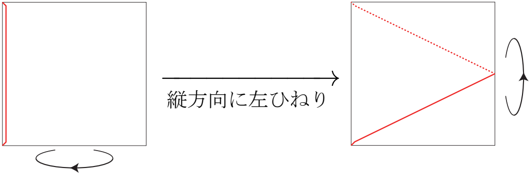
座布団とひも

座布団にひもを巻き付ける：



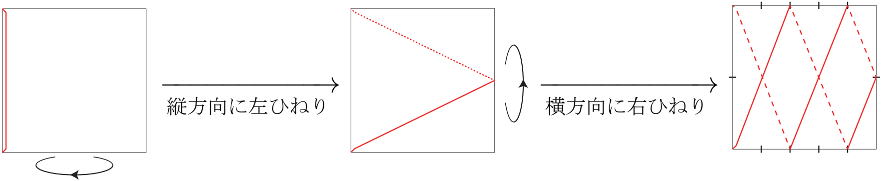
座布団とひも

座布団にひもを巻き付ける：



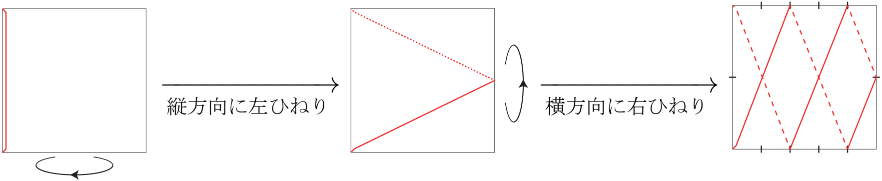
座布団とひも

座布団にひもを巻き付ける：



座布団とひも

座布団にひもを巻き付ける：

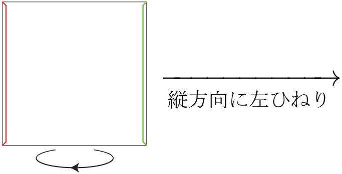


- 座布団に巻き付けたひもの傾きは, $\dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{5}{2}$ と変わる.

座布団と 2 本のひも

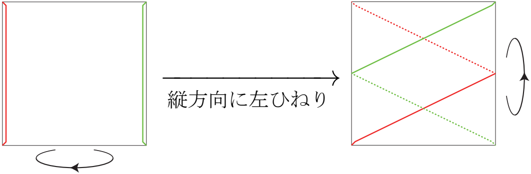
座布団と 2 本のひも

座布団にひもを 2 本巻き付ける：



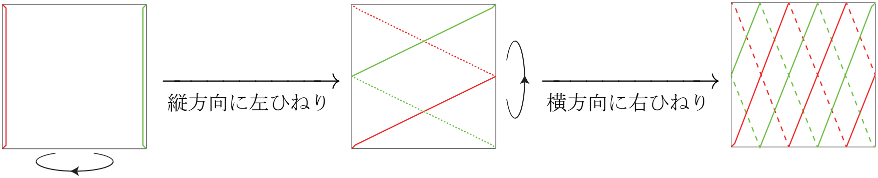
座布団と 2 本のひも

座布団にひもを 2 本巻き付ける：



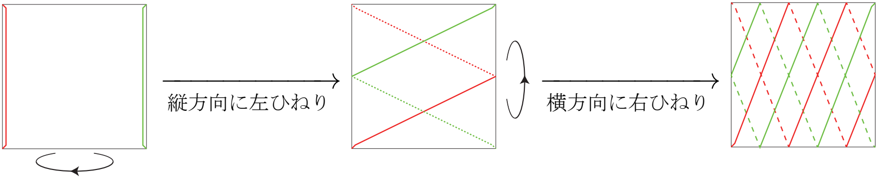
座布団と 2 本のひも

座布団にひもを 2 本巻き付ける：



座布団と 2 本のひも

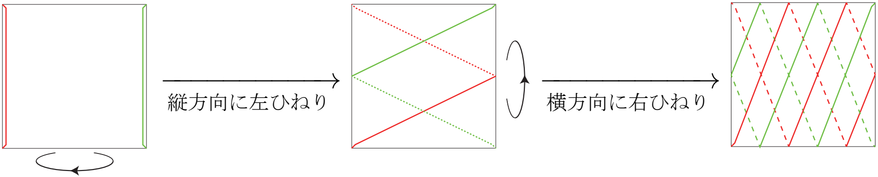
座布団にひもを 2 本巻き付ける：



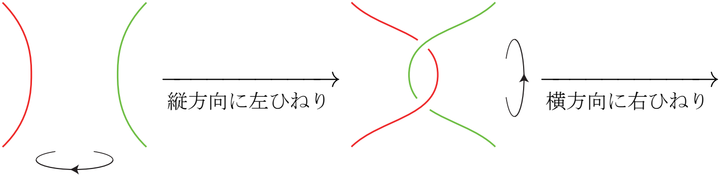
ひもだけに注目：

座布団と 2 本のひも

座布団にひもを 2 本巻き付ける：

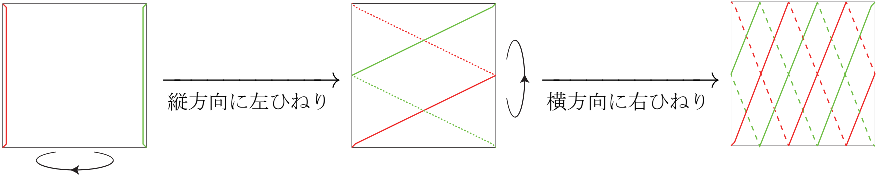


ひもだけに注目：

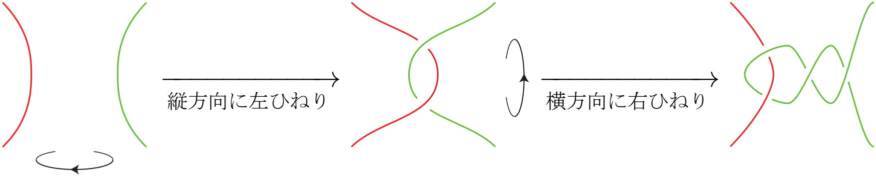


座布団と 2 本のひも

座布団にひもを 2 本巻き付ける：

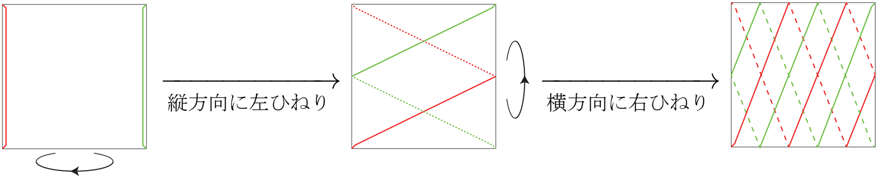


ひもだけに注目：

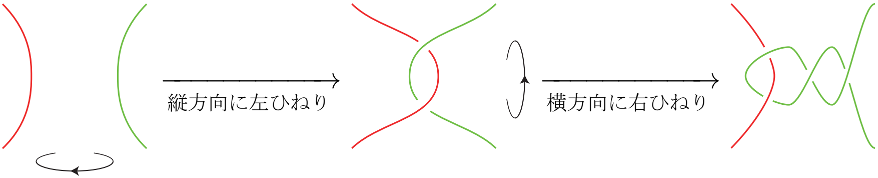


座布団と 2 本のひも

座布団にひもを 2 本巻き付ける：



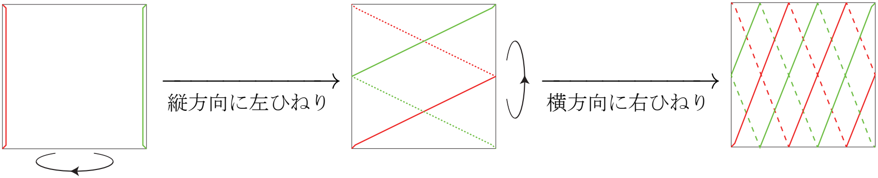
ひもだけに注目：



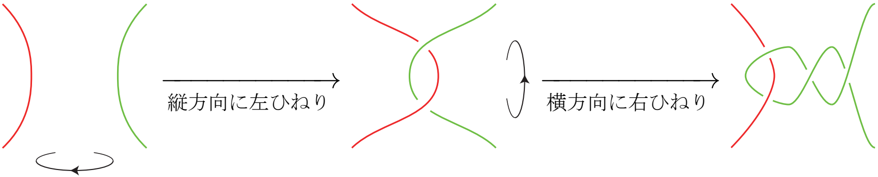
- 座布団に巻き付けたひもの傾きは, $\dfrac{1}{2} \Rightarrow \dfrac{5}{2}$ と変わる.

座布団と 2 本のひも

座布団にひもを 2 本巻き付ける：



ひもだけに注目：

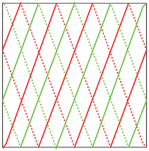


- 座布団に巻き付けたひもの傾きは, $\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{5}{2}$ と変わる.
- ひもの交差の数に着目すると, $[2] \Rightarrow [2,2]$ と変わる.

分数と連分数

分数と連分数

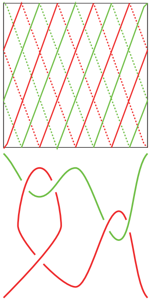
ひもを，傾きが $\frac{8}{3}$ となるように座布団に巻き付ける．



分数と連分数

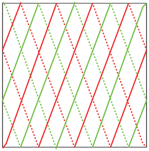
ひもを，傾きが $\dfrac{8}{3}$ となるように座布団に巻き付ける．

ひもだけに注目：

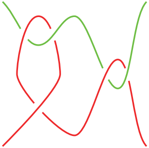


分数と連分数

ひもを，傾きが $\dfrac{8}{3}$ となるように座布団に巻き付ける．



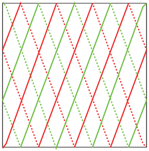
ひもだけに注目：



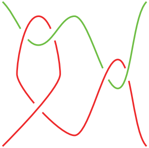
ひもの交差の数に着目すると $[2, 1, 2]$ となっている．

分数と連分数

ひもを，傾きが $\frac{8}{3}$ となるように座布団に巻き付ける.



ひもだけに注目：

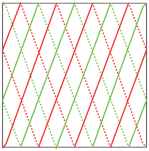


ひもの交差の数に着目すると $[2, 1, 2]$ となっている.

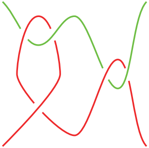
分数 $\frac{8}{3}$ の，連分数 $2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2}} = 2 + \cfrac{1}{\frac{3}{2}} = 2 + \frac{2}{3}$ による展開に対応.

分数と連分数

ひもを，傾きが $\dfrac{8}{3}$ となるように座布団に巻き付ける．



ひもだけに注目：



ひもの交差の数に着目すると $[2, 1, 2]$ となっている．

分数 $\dfrac{8}{3}$ の，連分数 $\color{red}{2} + \dfrac{1}{\color{red}{1} + \dfrac{1}{\color{red}{2}}} = 2 + \dfrac{1}{\frac{3}{2}} = 2 + \dfrac{2}{3}$ による展開に対応．

前ページのひもは，分数 $\dfrac{5}{2}$ の，連分数 $\color{red}{2} + \dfrac{1}{\color{red}{2}}$ による展開に対応．

連分数と三つ編み

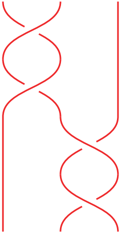
連分数と三つ編み

連分数に従ってひもを「三つ編み」にする.

連分数と三つ編み

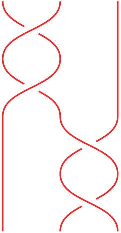
連分数に従ってひもを「三つ編み」にする．

$$2 + \frac{1}{2} \Rightarrow$$



連分数と三つ編み

連分数に従ってひもを「三つ編み」にする.

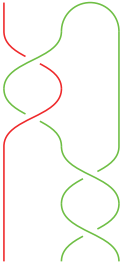
$2 + \frac{1}{2} \Rightarrow$ 

$2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2}} \Rightarrow$ 

三つ編みを閉じる 1

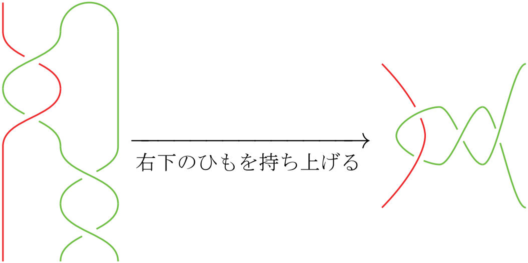
三つ編みを閉じる 1

右上を閉じると，先ほどのひもの絡み方と同じ.



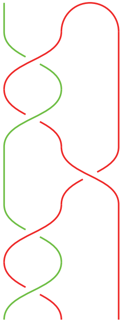
三つ編みを閉じる 1

右上を閉じると，先ほどのひもの絡み方と同じ.

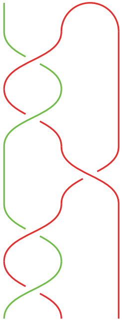


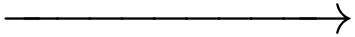
三つ編みを閉じる 2

三つ編みを閉じる 2

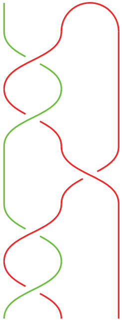


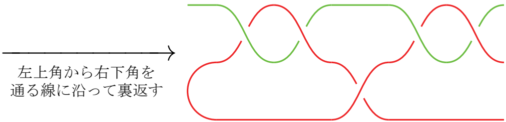
三つ編みを閉じる 2



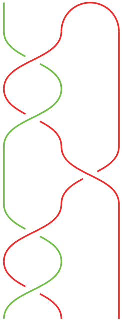


三つ編みを閉じる 2

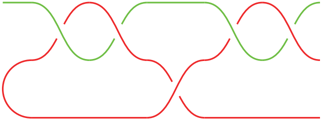




三つ編みを閉じる 2

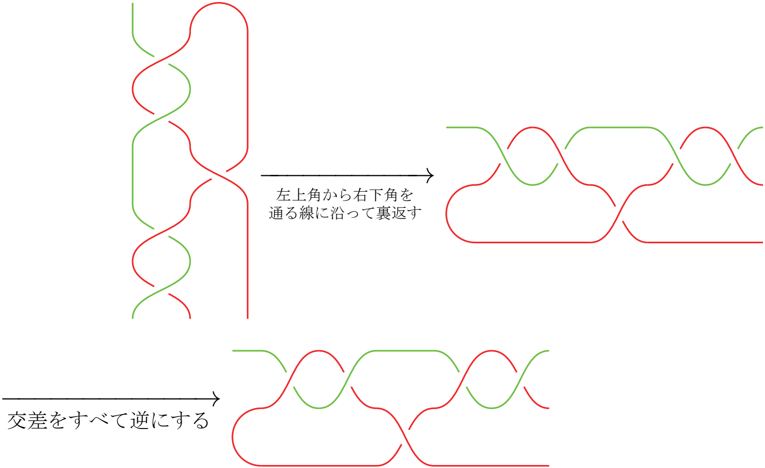


左上角から右下角を
通る線に沿って裏返す

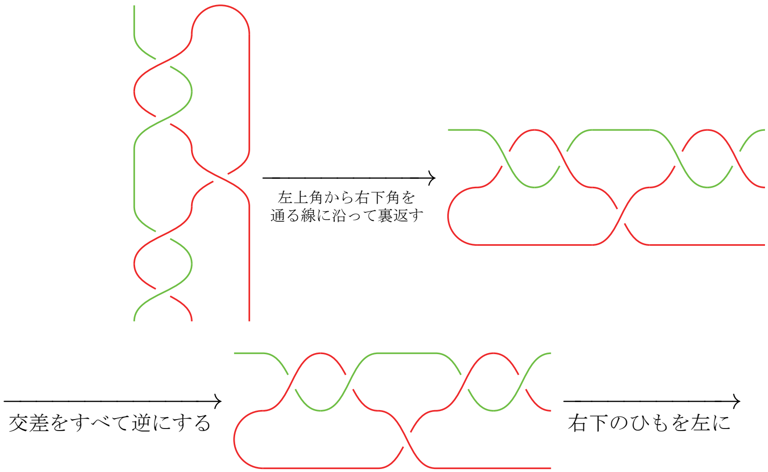


交差をすべて逆にする

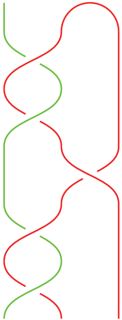
三つ編みを閉じる 2



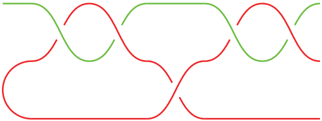
三つ編みを閉じる 2



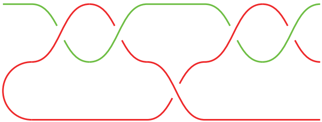
三つ編みを閉じる 2



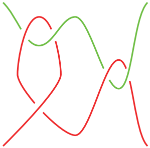
左上角から右下角を
通る線に沿って裏返す



交差をすべて逆にする



右下のひもを左に



分数と結び目・絡み目 1

分数と結び目・絡み目 1

ひもが輪になるように，さらに閉じると結び目か絡み目になる.

分数と結び目・絡み目 1

ひもが輪になるように，さらに閉じると結び目か絡み目になる．

分数

$$\frac{5}{2}$$

分数と結び目・絡み目 1

ひもが輪になるように，さらに閉じると結び目か絡み目になる．

分数 ⇒ 連分数

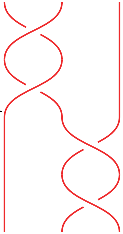
$$\frac{5}{2} \Rightarrow 2 + \frac{1}{2}$$

分数と結び目・絡み目 1

ひもが輪になるように，さらに閉じると結び目か絡み目になる．

分数 ⇒ 連分数 ⇒ 三つ編み

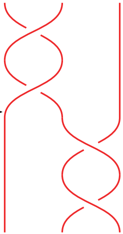
$$\frac{5}{2} \Rightarrow 2 + \frac{1}{2} \Rightarrow$$



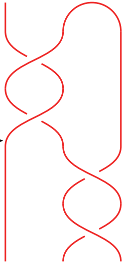
分数と結び目・絡み目 1

ひもが輪になるように，さらに閉じると結び目か絡み目になる．
分数 ⇒ 連分数 ⇒ 三つ編み ⇒ 右上を閉じる

$\frac{5}{2} \Rightarrow 2 + \frac{1}{2} \Rightarrow$



$\Rightarrow$

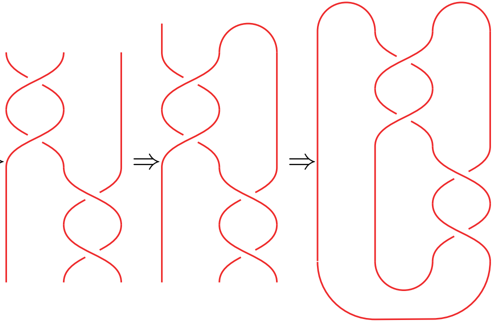


分数と結び目・絡み目 1

ひもが輪になるように，さらに閉じると結び目か絡み目になる．

分数 ⇒ 連分数 ⇒ 三つ編み ⇒ 右上を閉じる ⇒ 全部閉じる

$$\frac{5}{2} \Rightarrow 2 + \frac{1}{2} \Rightarrow$$

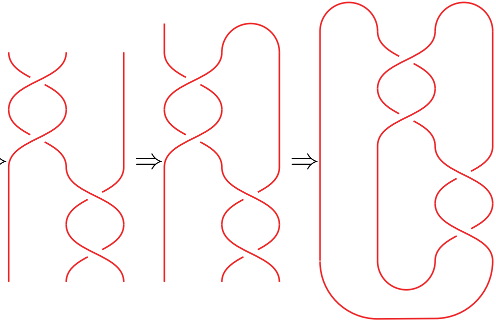


分数と結び目・絡み目 1

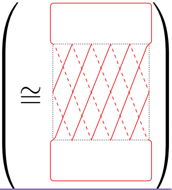
ひもが輪になるように，さらに閉じると結び目か絡み目になる．

分数 ⇒ 連分数 ⇒ 三つ編み ⇒ 右上を閉じる ⇒ 全部閉じる

$$\frac{5}{2} \Rightarrow 2 + \frac{1}{2} \Rightarrow$$



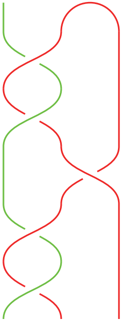
分数 ⇒ 結び目



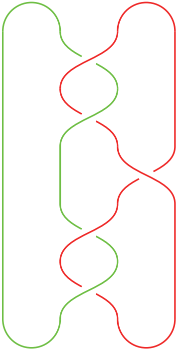
分数と結び目・絡み目 2

分数と結び目・絡み目 2

$$\frac{8}{3} \Rightarrow 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2}} \Rightarrow$$

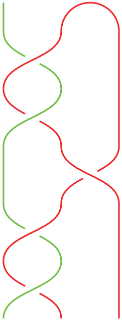


$$\Rightarrow$$

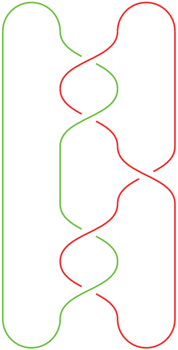


分数と結び目・絡み目 2

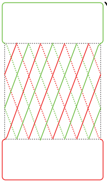
$$\frac{8}{3} \Rightarrow 2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2}} \Rightarrow$$



$\Rightarrow$

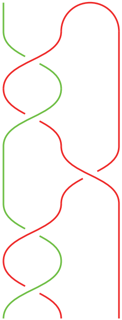


分数 $\Rightarrow$ 絡み目（2 本の輪）

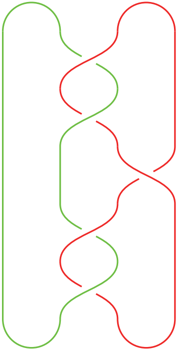
$\Big(\cong$  $\Big)$

分数と結び目・絡み目 2

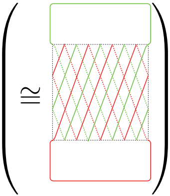
$$\frac{8}{3} \Rightarrow 2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2}} \Rightarrow$$



$\Rightarrow$



分数 $\Rightarrow$ 絡み目（2 本の輪）



- 分子が奇数なら結び目，偶数なら絡み目．

様々な連分数展開

様々な連分数展開

負の数を許すと，連分数展開は一意的ではない.

様々な連分数展開

負の数を許すと，連分数展開は一意的ではない．

$$\frac{27}{5}$$

様々な連分数展開

負の数を許すと，連分数展開は一意的ではない．

$$\frac{27}{5} = 5 + \frac{2}{5}$$

様々な連分数展開

負の数を許すと，連分数展開は一意的ではない．

$$\frac{27}{5} = 5 + \frac{2}{5} = 5 + \cfrac{1}{\frac{5}{2}}$$

様々な連分数展開

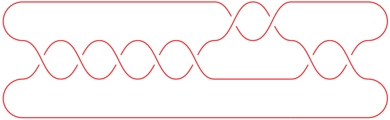
負の数を許すと，連分数展開は一意的ではない．

$$\frac{27}{5} = 5 + \frac{2}{5} = 5 + \frac{1}{\frac{5}{2}} = 5 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2}} \Leftrightarrow$$

様々な連分数展開

負の数を許すと，連分数展開は一意的ではない．

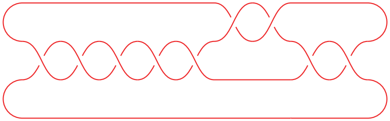
$$\frac{27}{5} = 5 + \frac{2}{5} = 5 + \frac{1}{\frac{5}{2}} = 5 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2}} \Leftrightarrow$$



様々な連分数展開

負の数を許すと，連分数展開は一意的ではない．

$$\frac{27}{5} = 5 + \frac{2}{5} = 5 + \frac{1}{\frac{5}{2}} = 5 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}} \Leftrightarrow$$

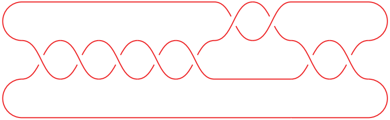


$$\frac{27}{5}$$

様々な連分数展開

負の数を許すと，連分数展開は一意的ではない．

$$\frac{27}{5} = 5 + \frac{2}{5} = 5 + \frac{1}{\frac{5}{2}} = 5 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2}} \Leftrightarrow$$

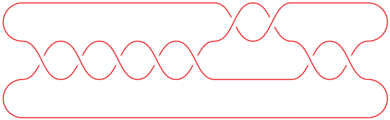


$$\frac{27}{5} = 6 + \frac{-3}{5}$$

様々な連分数展開

負の数を許すと，連分数展開は一意的ではない.

$$\frac{27}{5} = 5 + \frac{2}{5} = 5 + \frac{1}{\frac{5}{2}} = 5 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2}} \Leftrightarrow$$

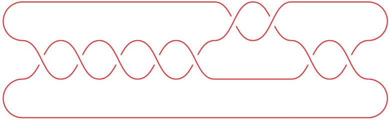


$$\frac{27}{5} = 6 + \frac{-3}{5} = 6 + \frac{1}{\frac{-5}{3}}$$

様々な連分数展開

負の数を許すと，連分数展開は一意的ではない．

$$\frac{27}{5} = 5 + \frac{2}{5} = 5 + \frac{1}{\frac{5}{2}} = 5 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2}} \Leftrightarrow$$

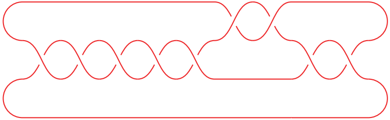


$$\frac{27}{5} = 6 + \frac{-3}{5} = 6 + \frac{1}{\frac{-5}{3}} = 6 + \cfrac{1}{-2 + \cfrac{1}{3}} \Leftrightarrow$$

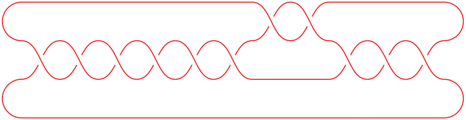
様々な連分数展開

負の数を許すと，連分数展開は一意的ではない．

$$\frac{27}{5} = 5 + \frac{2}{5} = 5 + \frac{1}{\frac{5}{2}} = 5 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}} \Leftrightarrow$$



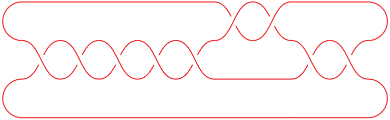
$$\frac{27}{5} = 6 + \frac{-3}{5} = 6 + \frac{1}{\frac{-5}{3}} = 6 + \frac{1}{-2 + \frac{1}{3}} \Leftrightarrow$$



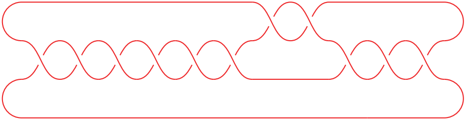
様々な連分数展開

負の数を許すと，連分数展開は一意的ではない．

$$\frac{27}{5} = 5 + \frac{2}{5} = 5 + \frac{1}{\frac{5}{2}} = 5 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2}} \Leftrightarrow$$



$$\frac{27}{5} = 6 + \frac{-3}{5} = 6 + \frac{1}{\frac{-5}{3}} = 6 + \cfrac{1}{-2 + \cfrac{1}{3}} \Leftrightarrow$$

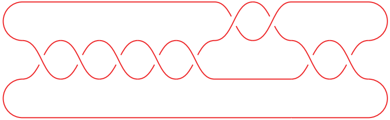


上の 2 つは同じ結び目！

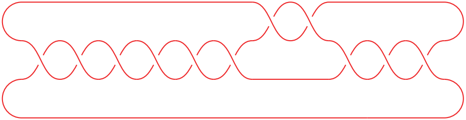
様々な連分数展開

負の数を許すと，連分数展開は一意的ではない．

$$\frac{27}{5} = 5 + \frac{2}{5} = 5 + \frac{1}{\frac{5}{2}} = 5 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}} \Leftrightarrow$$



$$\frac{27}{5} = 6 + \frac{-3}{5} = 6 + \frac{1}{\frac{-5}{3}} = 6 + \frac{1}{-2 + \frac{1}{3}} \Leftrightarrow$$



上の 2 つは同じ結び目！

定理 (Conway (1970))

分数が同じなら，連分数によらず結び目は決まる．

結び目を表す様々な分数

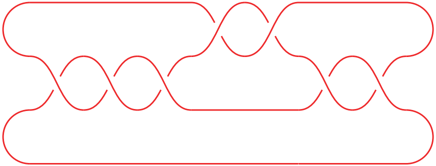
結び目を表す様々な分数

違う分数でも同じ結び目を表すことがある.

結び目を表す様々な分数

違う分数でも同じ結び目を表すことがある．

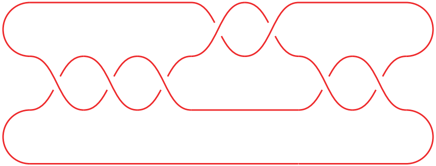
$$\frac{17}{5} = 3 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{2}} \Leftrightarrow$$



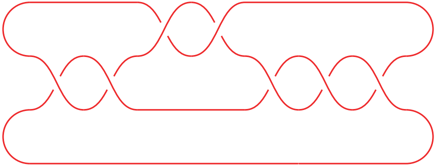
結び目を表す様々な分数

違う分数でも同じ結び目を表すことがある.

$$\frac{17}{5} = 3 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{2}} \Leftrightarrow$$



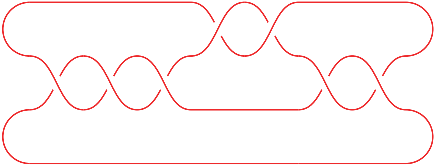
$$\frac{17}{7} = 2 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{3}} \Leftrightarrow$$



結び目を表す様々な分数

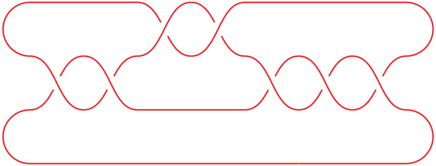
違う分数でも同じ結び目を表すことがある.

$$\frac{17}{5} = 3 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{2}} \Leftrightarrow$$



左右を入れ替える

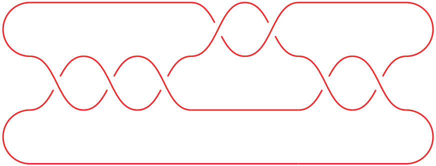
$$\frac{17}{7} = 2 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{3}} \Leftrightarrow$$



結び目を表す様々な分数

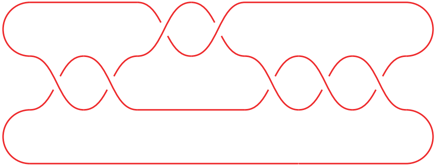
違う分数でも同じ結び目を表すことがある.

$$\frac{17}{5} = 3 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{2}} \Leftrightarrow$$



左右を入れ替える

$$\frac{17}{7} = 2 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{3}} \Leftrightarrow$$



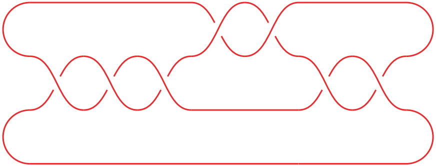
定理 (Schubert (1956))

$q \times q' \equiv 1 \pmod{p}$ なら, $\dfrac{p}{q}$ と $\dfrac{p}{q'}$ は同じ結び目を表す.

結び目を表す様々な分数

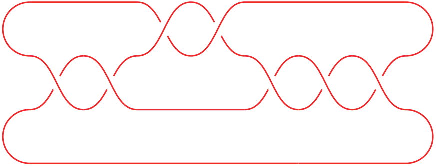
違う分数でも同じ結び目を表すことがある.

$$\frac{17}{5} = 3 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{2}} \Leftrightarrow$$



左右を入れ替える

$$\frac{17}{7} = 2 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{3}} \Leftrightarrow$$



定理 (Schubert (1956))

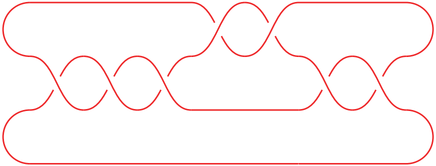
$q \times q' \equiv 1 \pmod{p}$ なら, $\dfrac{p}{q}$ と $\dfrac{p}{q'}$ は同じ結び目を表す.

上の場合は $5 \times 7 \div 17 = 2 \cdots 1$.

結び目を表す様々な分数

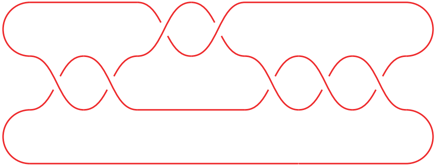
違う分数でも同じ結び目を表すことがある.

$$\frac{17}{5} = 3 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{2}} \Leftrightarrow$$



左右を入れ替える

$$\frac{17}{7} = 2 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{3}} \Leftrightarrow$$



定理 (Schubert (1956))

$q \times q' \equiv 1 \pmod{p}$ なら, $\dfrac{p}{q}$ と $\dfrac{p}{q'}$ は同じ結び目を表す.

上の場合は $5 \times 7 \div 17 = 2 \cdots 1$. $\dfrac{17}{5} \cong \dfrac{17}{7}$ と書く.

結び目をほどく

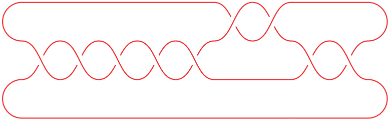
結び目をほどく

結び目の交差を入れ替えることによって，どんな結び目でもほどくことができる．

結び目をほどく

結び目の交差を入れ替えることによって，どんな結び目でもほどくことができる．

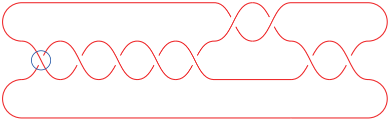
$$\frac{27}{5} = 5 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}} \Leftrightarrow$$



結び目をほどく

結び目の交差を入れ替えることによって，どんな結び目でもほどくことができる．

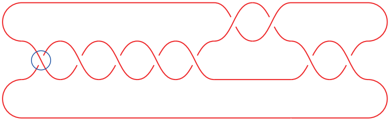
$$\frac{27}{5} = 5 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{2}} \Leftrightarrow$$



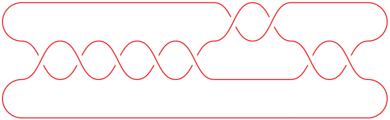
結び目をほどく

結び目の交差を入れ替えることによって，どんな結び目でもほどくことができる．

$$\frac{27}{5} = 5 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}} \Leftrightarrow$$



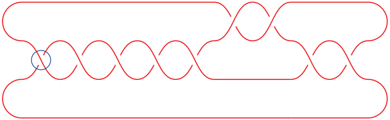
$$\xrightarrow[\text{左端の交差を入れ替える}]{}$$



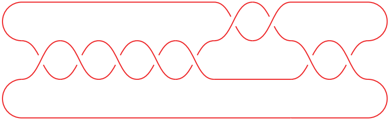
結び目をほどく

結び目の交差を入れ替えることによって，どんな結び目でもほどくことができる．

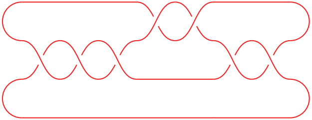
$$\frac{27}{5} = 5 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}} \Leftrightarrow$$



$$\xrightarrow[\text{左端の交差を入れ替える}]{}$$



$$\cong$$

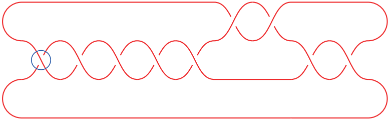


$$\Leftrightarrow 3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}} = \frac{17}{5}$$

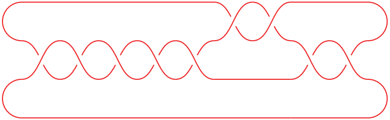
結び目をほどく

結び目の交差を入れ替えることによって，どんな結び目でもほどくことができる．

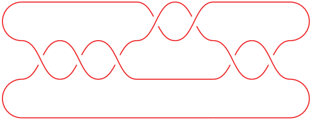
$$\frac{27}{5} = 5 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{2}} \Leftrightarrow$$



$$\xrightarrow[\text{左端の交差を入れ替える}]{}$$

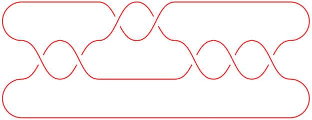


$\cong$



$$\Leftrightarrow 3 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{2}} = \frac{17}{5}$$

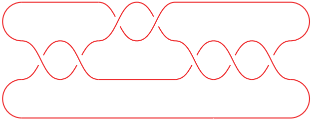
$\cong$



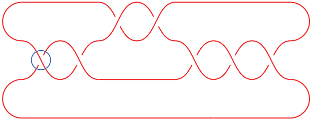
$$\Leftrightarrow 2 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{3}} = \frac{17}{7}$$

分数をほどく

分数をほどく

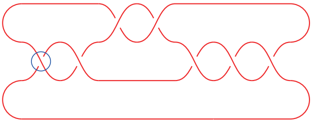
 $\Leftrightarrow 2 + \dfrac{1}{2 + \frac{1}{3}} = \dfrac{17}{7}$

分数をほどく



$$\Leftrightarrow 2 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{3}} = \frac{17}{7}$$

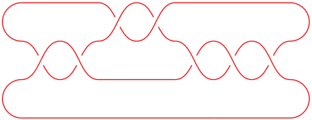
分数をほどく



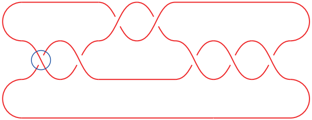
$$\Leftrightarrow 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}} = \frac{17}{7}$$

$\xrightarrow{\hspace{6cm}}$

左端の交差を入れ替える

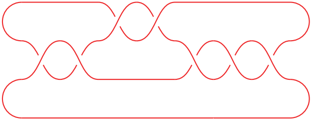


分数をほどく

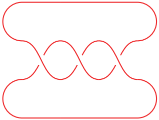


$$\Leftrightarrow 2 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{3}} = \frac{17}{7}$$

$$\xrightarrow[\text{左端の交差を入れ替える}]{}$$

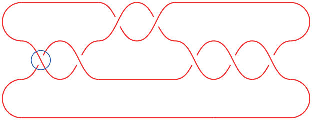


$\cong$



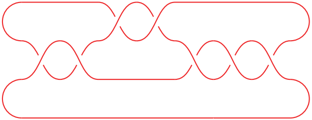
$\Leftrightarrow 3$

分数をほどく

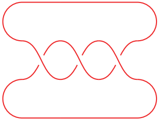


$\Leftrightarrow 2+\cfrac{1}{2+\frac{1}{3}}=\frac{17}{7}$

$\longrightarrow$ 左端の交差を入れ替える

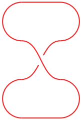


$\cong$



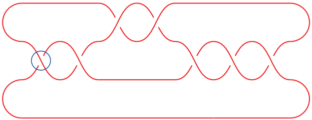
$\Leftrightarrow 3$

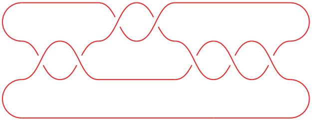
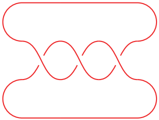
$\longrightarrow$ 交差を入れ替える

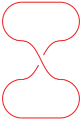


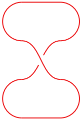
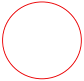
$\Leftrightarrow 1$

分数をほどく

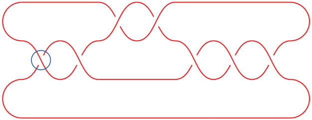
 $\Leftrightarrow 2 + \dfrac{1}{2+\frac{1}{3}} = \dfrac{17}{7}$

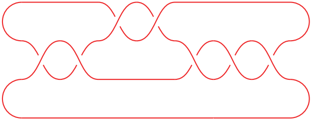
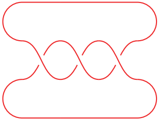
$\xrightarrow[\text{左端の交差を入れ替える}]{\hspace{4em}}$  $\cong$  $\Leftrightarrow 3$

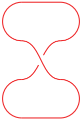
$\xrightarrow[\text{交差を入れ替える}]{\hspace{4em}}$  $\Leftrightarrow 1$

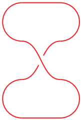
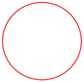
 $\cong$  であるからほどけている.

分数をほどく

 $\Leftrightarrow 2+\dfrac{1}{2+\frac{1}{3}}=\dfrac{17}{7}$

$\xrightarrow[\text{左端の交差を入れ替える}]{}$  $\cong$  $\Leftrightarrow 3$

$\xrightarrow[\text{交差を入れ替える}]{}$  $\Leftrightarrow 1$

 $\cong$  であるからほどけている.

つまり, $\dfrac{27}{5} \to \dfrac{17}{5} \cong \dfrac{17}{7} \to 3 \to 1$ のようにして分数を「ほどく」ことができる.

分数をほどくいくつかの方法

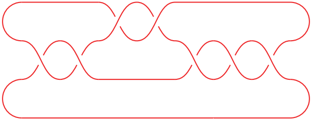
分数をほどくいくつかの方法

「分数をほどく」には，いくつかの方法がある．

分数をほどくいくつかの方法

「分数をほどく」には，いくつかの方法がある．

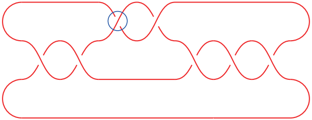
$$2+\frac{1}{2+\frac{1}{3}}=\frac{17}{7} \Leftrightarrow$$



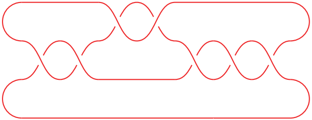
分数をほどくいくつかの方法

「分数をほどく」には，いくつかの方法がある．

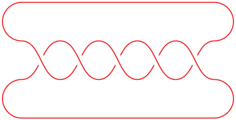
$$2+\frac{1}{2+\frac{1}{3}}=\frac{17}{7}\Leftrightarrow$$



$$\xrightarrow[\text{上の交差を入れ替える}]{}$$



$$\cong$$

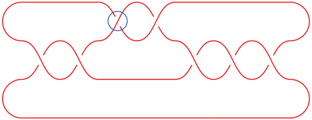


$$\Leftrightarrow 5$$

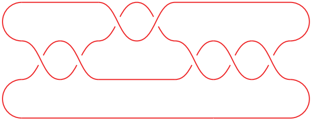
分数をほどくいくつかの方法

「分数をほどく」には，いくつかの方法がある．

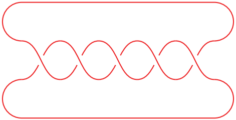
$$2+\cfrac{1}{2+\frac{1}{3}}=\frac{17}{7} \Leftrightarrow$$



$\xrightarrow[\text{上の交差を入れ替える}]{\hspace{4cm}}$

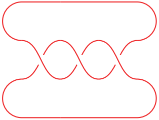


$\cong$



$\Leftrightarrow 5$

$\xrightarrow[\text{交差を入れ替える}]{\hspace{4cm}}$

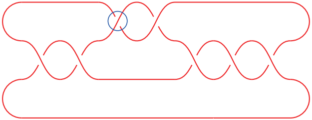


$\Leftrightarrow 3$

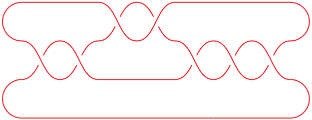
分数をほどくいくつかの方法

「分数をほどく」には，いくつかの方法がある．

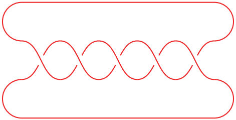
$$2+\frac{1}{2+\frac{1}{3}}=\frac{17}{7}\Leftrightarrow$$



$\xrightarrow[\text{上の交差を入れ替える}]{}$

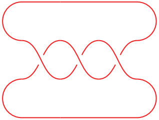


$\cong$



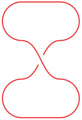
$\Leftrightarrow 5$

$\xrightarrow[\text{交差を入れ替える}]{}$



$\Leftrightarrow 3$

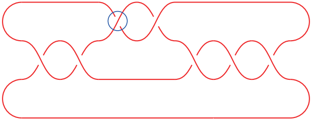
$\xrightarrow[\text{交差を入れ替える}]{}$

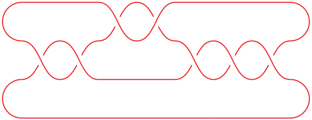
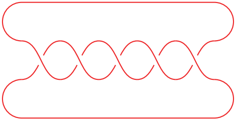


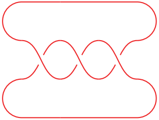
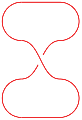
$\Leftrightarrow 1$

分数をほどくいくつかの方法

「分数をほどく」には，いくつかの方法がある．

$$2+\frac{1}{2+\frac{1}{3}}=\frac{17}{7}\Leftrightarrow$$ 

$\xrightarrow[\text{上の交差を入れ替える}]{\qquad\qquad}$  $\cong$  $\Leftrightarrow 5$

$\xrightarrow[\text{交差を入れ替える}]{\qquad\qquad}$  $\Leftrightarrow 3$ $\xrightarrow[\text{交差を入れ替える}]{\qquad\qquad}$  $\Leftrightarrow 1$

つまり，

$$\begin{array}{ccccc} \frac{17}{7} & & \rightarrow & & 3 \rightarrow 1 \\ & \searrow & & \nearrow & \\ & & 5 & & \end{array}$$

のようにほどき方にも色々ある．

結び目解消数が 1 の分数結び目

結び目解消数が 1 の分数結び目

ほどき方の回数で一番少ないものを結び目解消数と呼ぶ.

結び目解消数が1の分数結び目

ほどき方の回数で一番少ないものを結び目解消数と呼ぶ.

$$\begin{tikzcd} \frac{17}{7} \arrow[rr] \arrow[dr] & & 3 \arrow[r] & 1 \\ & 5 \arrow[ur] & & \end{tikzcd}$$

結び目解消数が 1 の分数結び目

ほどき方の回数で一番少ないものを結び目解消数と呼ぶ.

$$\begin{tikzcd}
\frac{17}{7} \arrow[rr] \arrow[dr] & & 3 \arrow[r] & 1 \\
& 5 \arrow[ur] & &
\end{tikzcd}$$

$\therefore \dfrac{17}{7}$ の結び目解消数は 2 以下.

結び目解消数が 1 の分数結び目

ほどき方の回数で一番少ないものを結び目解消数と呼ぶ.

$$
\begin{tikzcd}
\frac{17}{7} \arrow[rr] \arrow[dr] & & 3 \arrow[r] & 1 \\
& 5 \arrow[ur] & &
\end{tikzcd}
$$

$\therefore \dfrac{17}{7}$ の結び目解消数は 2 以下. ちょうど 2 であることがわかる.

結び目解消数が 1 の分数結び目

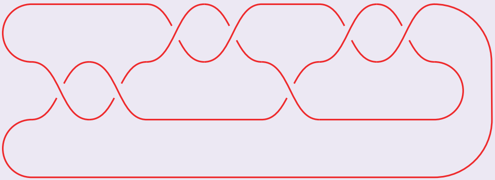
ほどき方の回数で一番少ないものを結び目解消数と呼ぶ.

$$\begin{array}{ccccc} \frac{17}{7} & & \to & & 3 \to 1 \\ & \searrow & & \nearrow & \\ & & 5 & & \end{array}$$

$\therefore \dfrac{17}{7}$ の結び目解消数は 2 以下. ちょうど 2 であることがわかる.

問題

次の結び目の結び目解消数は？



結び目解消数が 1 の分数結び目

結び目解消数が 1 の分数結び目

定理 (Kanenobu–HM (1986))

一度だけ交差を入れ替えることによってほどける分数結び目は $\dfrac{p}{2n^2}$ の形のものに限る．ただし， n と互いに素な自然数 m で $2mn = p \pm 1$ となるようなものが存在するとする．また，この分数は $[a, a_1, a_2, \ldots, a_k, \pm 2, -a_k, \ldots, -a_2, -a_1]$ という連分数展開を持つ．

結び目解消数が 1 の分数結び目

定理 (Kanenobu–HM (1986))

一度だけ交差を入れ替えることによってほどける分数結び目は $\frac{p}{2n^2}$ の形のものに限る．ただし， n と互いに素な自然数 m で $2mn = p \pm 1$ となるようなものが存在するとする．また，この分数は
$[a, a_1, a_2, \ldots, a_k, \pm 2, -a_k, \ldots, -a_2, -a_1]$ という連分数展開を持つ．

例：$p = 19$, $m = 5$, $n = 2$ とすると $\dfrac{19}{8} = 2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$.

結び目解消数が 1 の分数結び目

定理 (Kanenobu–HM (1986))

一度だけ交差を入れ替えることによってほどける分数結び目は $\dfrac{p}{2n^2}$ の形のものに限る．ただし， n と互いに素な自然数 m で $2mn = p \pm 1$ となるようなものが存在するとする．また，この分数は $[a, a_1, a_2, \ldots, a_k, \pm 2, -a_k, \ldots, -a_2, -a_1]$ という連分数展開を持つ．

例：$p = 19$, $m = 5$, $n = 2$ とすると $\dfrac{19}{8} = 2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \frac{1}{2}}}$. また，

$$\frac{19}{8} = 3 + \cfrac{1}{-2 + \cfrac{1}{2 + \frac{1}{2}}} \Leftrightarrow$$